Решение текстовых задач при подготовке к государственной итоговой аттестации по математике.

Методика проведения занятий. Из опыта работы.

Текстовые задачи – обязательные задания при проведении итоговой аттестации как в 9, так и в 11 классе. Первое знакомство с ними начинается еще в начальной школе, изучение новых типов задач заканчивается в 8 классе. Но для некоторых обучающихся тема остаётся сложной в течение всего периода. Во время подготовки и самого экзамена ряд учеников предпочитает «переступить» через эти задания, не тратить на них время. Как помочь таким детям преодолеть себя, показать, что «не так страшен черт, как его малюют»?

Авторы статьи представляют свой опыт по алгоритмизации процесса решения некоторых видов текстовых задач. Наиболее актуально это в период подготовки к экзаменам, т.к. позволяет в 9 классе систематизировать и обобщить знания и закрепить навыки по данной теме, а в 11 классе качественно и в короткие сроки повторить материал.

Работа по алгоритму всегда упрощает процесс, позволяет осуществлять единый подход к задачам, которые на первый взгляд кажутся ученику совершенно разными. Пункты алгоритма начинаем озвучивать детям еще в 5 классе (но если попали сразу в девятый, то знакомим с алгоритмом целиком, старшеклассники воспринимают алгоритм без особых затруднений).

Алгоритм рассуждения при решении текстовых задач.

|  |  |
| --- | --- |
| Пункты алгоритма. | Возможные ответы. |
| * Определи тип задачи. | На движение, на работу, на покупку и т.д. |
| * Определи, какие величины встречаются (они пишутся в столбцах будущей таблицы). | Скорость – время – расстояние, производительность – время – работа, цена – количество – стоимость и т.д. |
| * Определи количество участников и/или количество процессов (эти данные пишутся в строки будущей таблицы). | Количество участников: две бригады, три автомобиля, 4 вида товара и т.д.  Количество процессов: по течению – против течения, вчера – сегодня, по плану – фактически и т.д. |
| * Составь таблицу. Занеси точно известные данные. | По определённым данным пунктов 1 и 2 чертим таблицу, заносим известные числовые данные. |
| * Прочитай вопрос задачи. Определи, какую величину обозначить переменной. | Проговариваем связь между величинами, записываем соответствующие формулы. |
| * Вырази остальные величины через переменную, заполни таблицу до конца. | Если заполнены две (любые) клетки одной строки, то третья клетка заполняется автоматически с учетом связи между величинами. |
| * Составь и реши уравнение или систему уравнений с учетом связи между величинами или условием задачи. | Составленное уравнение (система уравнений) является алгебраической моделью реального процесса, решается по общим алгоритмам решения уравнений разного типа (линейных, квадратных, дробно-рациональных и т.д.) |
| * Проверь, соответствует ли полученный результат вопросу задачи. Если необходимо, выполни дополнительные действия. | Т.к. вводимая переменная не всегда соответствует вопросу задачи, то требуется четко понимать, что именно найдено при решении уравнения. Возвращаясь к условию задачи (описанию реального процесса), анализируем достоверность результата (например, скорость течения реки не может превышать скорость катера, откуда следует, что одно из двух значений переменной может не подойти). Т.е. рассматриваем возможные ограничения значений переменных, которые следуют непосредственно из условия задачи или из соображений здравого смысла. |
| * Запиши ответ. | Ответ должен четко соответствовать поставленному вопросу задачи. |

Примеры задач.

**Задача 1. Движение по воде.** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 48 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 10 часов. Ответ дайте в км/ч.

|  |  |
| --- | --- |
| Пункт алгоритма. |  |
| * Тип задачи. | На движение. |
| * Какие величины встречаются? | Скорость – время – расстояние. |
| * Количество участников, количество процессов | Теплоход – 1.  Движение по течению, против течения, стоянка – 3. |
| * Составь таблицу. Занеси точно известные данные. | Т.о., таблица содержит 4 строки и 4 столбца, по одному из которых относятся к оформлению и три – к данным задачи.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | По течению |  |  | 48 км | | Против течения |  |  | 48 км | | Стоянка |  | 5ч |  | |
| * Прочитай вопрос задачи. Определи, какую величину обозначить переменной. | Принимаем скорость теплохода за переменную величину – х км/ч. Тогда, выразив скорости по течению и против, дополняем таблицу:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | По течению | х+4 км/ч |  | 48 км | | Против течения | х – 4 км/ч |  | 48 км | | Стоянка |  | 5ч |  | |
| * Вырази остальные величины через переменную, заполни таблицу до конца. | Напоминаем: Если заполнены две (любые) клетки одной строки, то третья клетка заполняется автоматически с учетом связи между величинами.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | По течению | х+4 км/ч | ч | 48 км | | Против течения | х – 4 км/ч | ч | 48 км | | Стоянка |  | 5ч |  | |
| * Составь и реши уравнение или систему уравнений с учетом связи между величинами или условием задачи. | По условию задачи все время отсутствия теплохода равно 10 ч.  ++5=10  …  х= 20; х=- 0,8 |
| * Проверь, соответствует ли полученный результат вопросу задачи. Если необходимо, выполни дополнительные действия. | Из соображений здравого смысла значение скорости не может быть отрицательным. Переменная соответствует вопросу задачи. |
| * Запиши ответ. | Ответ: 20. |

Задачи для закрепления:

**1.** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч

**2.**Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

**3**. (Образец решения на два объекта см. ниже). От пристани *A* к пристани *B*, расстояние между которыми равно 420 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

**Задача 2. Движение по суше.** Два велосипедиста одновременно отправились в 240-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

|  |  |
| --- | --- |
| Пункт алгоритма. |  |
| * Тип задачи. | На движение. |
| * Какие величины встречаются? | Скорость – время – расстояние. |
| * Количество участников, количество процессов | Два велосипедиста – 2.  Движение в одном направлении – 1. |
| * Составь таблицу. Занеси точно известные данные. | Т.о., таблица содержит 3 строки и 4 столбца, по одному из которых относятся к оформлению, остальные – к данным задачи.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | 1 велосипедист |  |  | 240 км | | 2 велосипедист |  |  | 240 км | |
| * Прочитай вопрос задачи. Определи, какую величину обозначить переменной. | За переменную величину можно принять меньшую из скоростей (2-го спортсмена) или по вопросу задачи (1-го). Принимаем скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым – х км/ч. Дополняем таблицу:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | 1 велосипедист | х км/ч |  | 240 км | | 2 велосипедист | х – 1 км/ч |  | 240 км | |
| * Вырази остальные величины через переменную, заполни таблицу до конца. | Напоминаем: Если заполнены две (любые) клетки одной строки, то третья клетка заполняется автоматически с учетом связи между величинами.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | 1 велосипедист | х км/ч | ч | 240 км | | 2 велосипедист | х – 1 км/ч | ч | 240 км | |
| * Составь и реши уравнение или систему уравнений с учетом связи между величинами или условием задачи. | По условию задачи первый прибыл к финишу на 1 час раньше второго.  -=1  …  х= 16; х=- 15 |
| * Проверь, соответствует ли полученный результат вопросу задачи. Если необходимо, выполни дополнительные действия. | Из соображений здравого смысла значение скорости не может быть отрицательным. Переменная соответствует вопросу задачи. |
| * Запиши ответ. | Ответ: 16. |

Задачи для закрепления:

1.Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно в *A* со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из *A* в *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*. Ответ дайте в км/ч.

2. Дорога между пунктами *А* и *В* состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 8 км. Путь из *А* в *В* занял у туриста 5 часов, из которых 1 час ушёл на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

**Задача 3. Движение по суше ( с усложненным сюжетом).** Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

|  |  |
| --- | --- |
| Пункт алгоритма. |  |
| * Тип задачи. | На движение. |
| * Какие величины встречаются? | Скорость – время – расстояние. |
| * Количество участников, количество процессов | Два автомобиля – 2.  Движение в одном направлении, но движение второго автомобиля содержит два процесса (на первой половине пути и на второй половине пути) – 3. |
| * Составь таблицу. Занеси точно известные данные. | Т.о., таблица содержит 4 строки и 4 столбца, по одному из которых относятся к оформлению, остальные – к данным задачи.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | 1 автомобиль |  |  |  | | 2 автомобиль  первая половина пути |  |  |  | | 2 автомобиль  вторая половина пути |  |  |  | |
| * Прочитай вопрос задачи. Определи, какую величину обозначить переменной. | Принимаем скорость первого автомобиля – х км/ч. Дополняем таблицу:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | 1 автомобиль | х |  |  | | 2 автомобиль  первая половина пути | 24 |  |  | | 2 автомобиль  вторая половина пути | х+16 |  |  |   Но в результате у нас заполнен только один столбец. Полной аналогии с предыдущими задачами нет. На примере этой задачи можно показать, что можно вводить и ещё одну переменную. Принимаем путь – s км |
| * Вырази остальные величины через переменную, заполни таблицу до конца. | Заполняем таблицу.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Скорость | Время | Расстояние | | 1 автомобиль | х км/ч |  | S км | | 2 автомобиль  первая половина пути | 24км/ч |  | 0,5S км | | 2 автомобиль  вторая половина пути | х+16 км/ч |  | 0,5S км | |
| * Составь и реши уравнение или систему уравнений с учетом связи между величинами или условием задачи. | По условию задачи автомобили прибыли одновременно.  =+  Замечаем, что на S можно разделить обе части уравнения.  …  х= 32; х=- 24 |
| * Проверь, соответствует ли полученный результат вопросу задачи. Если необходимо, выполни дополнительные действия. | Из соображений здравого смысла значение скорости не может быть отрицательным. Переменная соответствует вопросу задачи. |
| * Запиши ответ. | Ответ: 32. |

**Рассмотрим другой тип задач, не меняя алгоритма рассуждения.**

**Задача 4. Задача на работу.** Заказ на изготовление 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

|  |  |
| --- | --- |
| Пункт алгоритма. |  |
| * Тип задачи. | На работу. |
| * Какие величины встречаются? | Производительность – время – работа. |
| * Количество участников, количество процессов | Два рабочих – 2.  Выполнение одинакового заказа – 1. |
| * Составь таблицу. Занеси точно известные данные. | Т.о., таблица содержит 3 строки и 4 столбца.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Производительность | Время | Работа (задание) | | 1 рабочий |  |  | 110 д. | | 2 рабочий |  |  | 110 д. | |
| * Прочитай вопрос задачи. Определи, какую величину обозначить переменной. | За переменную величину можно принять меньшую из производительностей (2-го рабочего). Дополняем таблицу:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Производительность | Время | Работа (задание) | | 1 рабочий | (х+1) д./ч |  | 110 д. | | 2 рабочий | х д./ч |  | 110 д. | |
| * Вырази остальные величины через переменную, заполни таблицу до конца. | Напоминаем: Если заполнены две (любые) клетки одной строки, то третья клетка заполняется автоматически.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Производительность | Время | Работа (задание) | | 1 рабочий | (х+1) д./ч |  | 110 д. | | 2 рабочий | х д./ч |  | 110 д. | |
| * Составь и реши уравнение или систему уравнений с учетом связи между величинами или условием задачи. | По условию задачи время работы первого рабочего на 1 час меньше.  -=1  …  х= 10; х=- 11 |
| * Проверь, соответствует ли полученный результат вопросу задачи. Если необходимо, выполни дополнительные действия. | Из соображений здравого смысла значение производительности не может быть отрицательным. Переменная соответствует вопросу задачи. |
| * Запиши ответ. | Ответ: 10. |

Задачи для закрепления:

**1.**Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

**2.** На из­го­тов­ле­ние 231 де­та­ли уче­ник тра­тит на 11 часов боль­ше, чем ма­стер на из­го­тов­ле­ние 462 таких же де­та­лей. Из­вест­но, что уче­ник за час де­ла­ет на 4 де­та­ли мень­ше, чем ма­стер. Сколь­ко де­та­лей в час де­ла­ет уче­ник?

**3.** Пер­вый ра­бо­чий за час де­ла­ет на 10 де­та­лей боль­ше, чем вто­рой, и вы­пол­ня­ет заказ, со­сто­я­щий из 60 де­та­лей, на 3 часа быст­рее, чем вто­рой ра­бо­чий, вы­пол­ня­ю­щий такой же заказ. Сколь­ко де­та­лей в час де­ла­ет вто­рой ра­бо­чий?

**Задача 5. Задача на работу (с усложненным сюжетом).**

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?

***Замечание.*** *Если в задачах данного типа по условию не известно задание, то всю работу принимаем за 1.*

|  |  |
| --- | --- |
| Пункт алгоритма. |  |
| * Тип задачи. | На работу. |
| * Какие величины встречаются? | Производительность – время – работа. |
| * Количество участников, количество процессов | Два рабочих – 2.  Выполнение одинакового заказа вместе и отдельно – 2. |
| * Составь таблицу. Занеси точно известные данные. | Т.о., таблица содержит 5 строк и 4 столбца.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Производительность | Время | Работа (задание) | | 1 рабочий |  |  |  | | 2 рабочий |  |  |  | | 1 и 2 вместе |  | 12 | 1 | |
| * Прочитай вопрос задачи. Определи, какую величину обозначить переменной. | Так как не известна связь между производительностями участников, то вводим две переменные. Дополняем таблицу:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Производительность | Время | Работа (задание) | | 1 рабочий | х р./ч | 2 |  | | 2 рабочий | у р./ч | 3 |  | | 1 и 2 вместе | х+у р./ч | 12 | 1 | |
| * Вырази остальные величины через переменную, заполни таблицу до конца. | Напоминаем: Если заполнены две (любые) клетки одной строки, то третья клетка заполняется автоматически.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Производительность | Время | Работа (задание) | | 1 рабочий | х р./ч | 2 | 2х | | 2 рабочий | у р./ч | 3 | 3у | | 1 и 2 вместе | х+у р./ч | 12 | 1 | |
| * Составь и реши уравнение или систему уравнений с учетом связи между величинами или условием задачи. | По условию задачи, работая отдельно, рабочие выполнили одинаковую часть работы.  ,…. |
| * Проверь, соответствует ли полученный результат вопросу задачи. Если необходимо, выполни дополнительные действия. | Вернемся к условию задачи, сопоставим полученные результаты и вопрос задачи.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | |  | Производительность | Время | Работа (задание) | | 1 рабочий |  | ? | 1 |   1: =20 |
| * Запиши ответ. | Ответ: 20. |

Задачи для закрепления:

**1**.Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

**2.** Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

**3**.Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

**Заключение.**

Левая часть таблиц- не что иное, как алгоритм. На первых уроках его целесообразно демонстрировать всего времени на слайде/ плакате. По мере выучивания дети проговаривают алгоритм самостоятельно**.**

Наш опыт работы показал, что разложение задач по «алгоритмическим полочкам» позволяет существенно повысить уровень решаемости текстовых задач большинством учащихся. Достичь результата позволяет как увеличение количества решаемых задач, так и усложнение сюжета. Авторы выражают надежду, что данная статья будет полезна молодым начинающим учителям и учащимся для самостоятельного приобретения навыков. Предлагаемый нами подход к решению задач не ограничивает развитие логического мышления ученика, его стремление к решению нестандартных задач, а является лишь стартовой площадкой, толчком к переходу на следующую ступень. Примеры задач взяты с сайтов, предназначенных для подготовки к ГИА-9, ГИА-11.

Источники: <http://alexlarin.net/>, <https://math-oge.sdamgia.ru/>, Ф.Ф. Лысенко

Сборник тренировочных заданий Легион, Ростов на Дону, 2019.