**Числа Фибоначчи как другая сторона школьной математики**

**Предисловие**

Данная работа сделана для того, чтобы познакомить и заинтересовать учеников средней и старшей школы с таким уникальным для школьной образовательной программы понятием, как «Числа Фибоначчи».

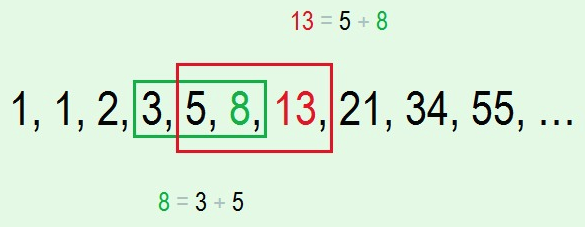
Уникальность данной темы во всём курсе школьной математики состоит в том, что она достаточно проста для понимания, и при этом и крайне наглядна и находит огромное число примеров в природе и мире в целом. Поэтому ей очень легко заинтересовать детей, в сравнении с другими, достаточно «сухими» и абстрактными разделами программы. А значит, числа Фибоначчи могут прекрасно помочь в привитии любви к такому непростому предмету как Математика.

**Определения и немного истории**

Начнём с точного «сухого» определения.

Итак, **«Числа Фибоначчи»** - это элементы бесконечной числовой последовательности: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, …, в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих (см. рисунок № 1)

Рисунок № 1.



Есть также другие, более развёрнутые варианты определений «Чисел Фибоначчи», приведём некоторые из них.

«**Числа Фибоначчи»** - это целые натуральные числа, расположенные в числовой последовательности таким образом, что каждое последующее число является суммой двух предыдущих чисел, при этом в этом числовом ряде проявляются уникальные интересные свойства, выраженные в постоянных отношениях между отдельными членами последовательности и формировании некоторых постоянных коэффициентах, имеющих громадное научное и прикладное значение.

«**Числа Фибоначчи»** - это линейная рекуррентная последовательность натуральных чисел, где первое и второе числа равны единице, а каждое последующее число образуется как сумма двух предыдущих: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, …, и так до бесконечности

Эти числа названы по имени средневекового математика Леонардо Пизанского (известного как Фибоначчи). Родился Фибоначчи в период ориентировочно в 1170 году в городе Пиза. Отец его был купцом и очень часто бывал по торговым делам в Алжире. По желанию отца, который хотел, чтобы Леонардо стал хорошим торговцем, он переехал в Алжир и изучал там математику (искусство вычислений) у арабских учителей. Позже Фибоначчи посетил Египет, Сирию, Византию, Сицилию. Он ознакомился с достижениями античных и индийских математиков в арабском переводе. На основе усвоенных им знаний Фибоначчи написал ряд математических трактатов, представляющих собой выдающееся явление средневековой западноевропейской науки. Труд Леонардо Фибоначчи «Книга абака» способствовал распространению в Европе позиционной системы счисления, более удобной для вычислений, чем римская нотация. В этой книге были подробно исследованы возможности применения индийских цифр, ранее остававшиеся неясными, и даны примеры решения практических задач, в частности, связанных с торговым делом. Позиционная система приобрела в Европе популярность в эпоху Возрождения.

Эта закономерность в математике интересовала ещё одного ученого средневековья - Фому Аквинского (см. Рисунок 2). Движимый желанием «алгеброй гармонию измерить», учёный сделал вывод о прямой связи математики и красоты. Эстетические чувства, возникающие при созерцании гармоничных, пропорционально созданных природой объектов, Фома Аквинский объяснял тем же принципом суммационной последовательности. Она была известна еще древним грекам и египтянам. И действительно, с тех пор в природе, архитектуре, изобразительном искусстве, математике, физике, астрономии, биологии и многих других областях были найдены закономерности, описываемые коэффициентами Фибоначчи.

Рисунок 2 (Средневековый ученый Фома Аквинский)



**Числа Фибоначчи вокруг нас**

Если взглянуть на окружающий мир с точки зрения применения «Чисел Фибоначчи», то открываются удивительные факты и закономерности. Ряд Фибоначчи используют широко: с его помощью представляют архитектонику и живых существ, рукотворные сооружения и строение Галактик. Эти факты – свидетельства независимости числового ряда от условий его проявления, что является одним из признаков его универсальности.

Последовательность Фибоначчи обладает весьма любопытными особенностями, не последняя из которых - почти постоянная взаимосвязь между числами. Если какой-либо член последовательности Фибоначчи разделить на предшествующий ему (например, 13:8), результатом будет величина, колеблющаяся около иррационального значения 1.61803398875... и через раз, то превосходящая, то не достигающая его. Но, даже затратив на это Вечность, невозможно узнать соотношение точно, до последней десятичной цифры. Краткости ради, его приводят в виде 1,618. Отношение каждого числа к последующему более и более стремится к 0,618 при увеличении порядкового номера. Отношение же каждого числа к предыдущему стремится к 1.618 (обратному к 0.618). Особые названия этому соотношению начали давать еще до того, как Лука Пачиоли (средневековый математик) назвал его Божественной пропорцией. Но на самом деле, Фибоначчи не является первооткрывателем своей последовательности. Дело в том, что коэффициент 1,618 или 0,618 был известен еще древнегреческим и древнеегипетским математикам. Среди его современных названий есть такие, как Золотое сечение, Золотой коэффициент, Золотое среднее и Отношение вертящихся квадратов.

Рисунок 3 (Золотой коэффициент)



Kеплеp назвал это соотношение одним из "сокровищ геометрии". В алгебре общепринято его обозначение греческой буквой фи Ф=1,618 (рисунок 4).

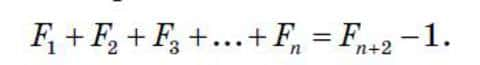
Рисунок 4 (Число Фи)



Только это отношение – 0,618 : 0,382 – дает непрерывное деление отрезка прямой в золотой пропорции, увеличение его или уменьшение до бесконечности, когда меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему. Его следы мы находим в музыке, изобразительном искусстве, архитектуре и биологии. Греки использовали принцип "золотого сечения" при строительстве Парфенона, египтяне – Великой пирамиды в Гизе. Свойства "золотого коэффициента" были хорошо известны Пифагору, Платону и Леонардо да Винчи.

Числа Фибоначчи обладают целым рядом интересных и важных свойств, а также математических соотношений. Рассмотрим некоторые из них:

Сумма n первых чисел Фибоначчи может быть вычислена по следующей формуле:

[](http://economic-definition.com/Images/Forex_Otzovik/630/800/584361110-Formula_summy_chisel_Fibonachchi.jpg)  
Формула суммы чисел Фибоначчи

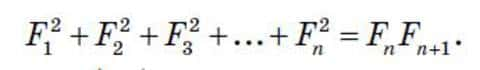
Сумма чисел Фибоначчи с нечётными номерами вычисляется по следующей формуле:

[Формула суммы чисел Фибоначчи с нечетными номерами](http://economic-definition.com/Images/Forex_Otzovik/630/800/3151885612-Formula_summy_chisel_Fibonachchi_s_nechetnymi_nomerami.jpg)  
Формула суммы чисел Фибоначчи с нечетными номерами

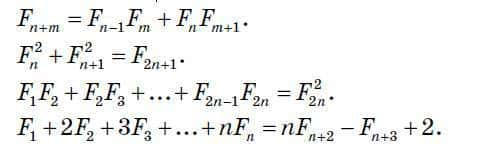
Сумма чисел Фибоначчи с чётными номерами вычисляется по следующей формуле:

[Формула суммы чисел Фибоначчи с четными номерами](http://economic-definition.com/Images/Forex_Otzovik/630/800/3436889530-Formula_summy_chisel_Fibonachchi_s_chetnymi_nomerami.jpg)  
Формула суммы чисел Фибоначчи с четными номерами

Сумма квадратов первых n чисел Фибоначчи вычисляется по следующей формуле:

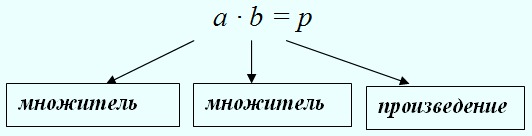
[](http://economic-definition.com/Images/Forex_Otzovik/630/800/1388204057-Formula_summy_kvadratov_chisel_Fibonachchi.jpg)  
Формула суммы квадратов чисел Фибоначчи

Приведенные формулы можно доказать при помощи сложения очевидных равенств. Рассмотрим несколько свойств чисел Фибоначчи, которые можно доказать, используя метод математической индукции.

[](http://economic-definition.com/Images/Forex_Otzovik/630/800/632905871-Formuly_nekotoryh_svoystv_chisel_Fibonachchi.jpg)  
Формулы некоторых свойств чисел Фибоначчи

И ещё одно любопытное свойство чисел Фибоначчи:

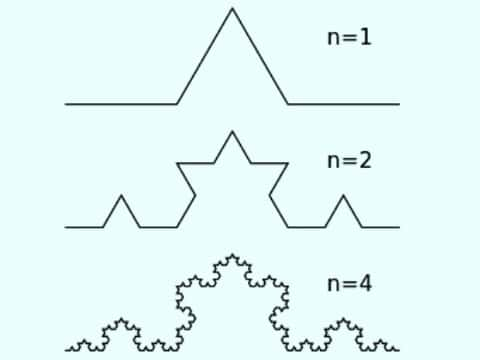
Произведение и частное двух любых различных чисел Фибоначчи, отличных от единицы, никогда не является числом Фибоначчи;



**Фрактальная сущность чисел Фибоначчи**

Наряду с математическими свойствами чисел Фибоначчи, многими философами и математиками рассматривается и фрактальная сущность чисел Фибоначчи. Фрактал (лат. fractus – дроблёный, сломанный, разбитый) – математическое множество, обладающее свойством самоподобия (объект, в точности или приближённо совпадающий с частью себя самого, то есть целое имеет ту же форму, что и одна или более частей).

Процедура образования фрактальных кривых



Слово «фрактал» употребляется не только в качестве математического термина. Фракталом может называться предмет, обладающий, по крайней мере, одним из указанных ниже свойств:

* Является самоподобным или приближённо самоподобным

Фрактальный кот Мандельброт



* обладает нетривиальной структурой на всех масштабах. В этом отличие от регулярных фигур (таких как окружность, эллипс, график гладкой функции): если рассмотреть небольшой фрагмент регулярной фигуры в очень крупном масштабе, то он будет похож на фрагмент прямой. Для фрактала увеличение масштаба не ведёт к упрощению структуры, то есть на всех шкалах можно увидеть одинаково сложную картину.

Фрактальные геометрические объекты



Многие объекты в природе обладают свойствами фрактала, например, побережья, облака, кроны деревьев, снежинки, кровеносная система, система альвеол человека или животных. Числа Фибоначчи известны с XIII века, однако настоящий к ним интерес возник в XX веке со времени формирования теории фракталов и возрождения работ с использованием «золотого сечения».

Ещё одним ярким примером использования чисел Фибоначчи, который в наше время зачастую можно услышать в сфере биржевой торговли, является универсальный инструмент в техническом анализе на международном валютном международном рынке Форекс, который так и называется «Уровни Фибоначчи» (рисунок 5). Числа Фибоначчи очень популярны в трейдерской среде. Они подтверждают волновую теорию Эллиотта, так любимую многими биржевыми игроками, служат для определения начала и конца коррекционного движения цен.

Рисунок 5 (Уровни Фибоначчи)



Уровни Фибоначчи состоят из линий, которые делятся на две части, так называемые две сетки. Первая сетка начинается от 0% и заканчивается на отметке 100%. На этом отрезке находятся те уровни, которые помогают нам определить окончание волны, которая началась от отметки 0%. Вторая сетка начинается от уровня 100% и заканчивается на отметке, которую выставит трейдер, обычно это уровень 400%. С помощью этой сетки можно отследить окончание волны, которая началась после окончания волны от 0%. Все линии, содержащиеся в уровнях Фибоначчи, играют рол уровней поддержки и сопротивления. Дойдя до таких уровней, цена от них отталкивается и возвращается на несколько пунктов ниже или выше, в зависимости от действующей сделки. Правильно использование уровней Фибоначчи покажет очень прибыльные места входа в рынок и выхода из рынка. Предполагается, что все ваши сделки обретут логику и будут приносить вам осознанную прибыль. Есть также в трейдинге такие понятия, как Веер Фибоначчи, дуги Фибоначчи.

Получение прибыли



Непосредственное отношение имеет последовательность Фибоначчи и к архитектуре, например, ещё известный зодчий В. Баженов сказал: «“Архитектура – главнейшие имеет три предмета: красоту, спокойность и прочность здания... К достижению сего служит руководством знание пропорции, перспектива, механика или вообще физика, а всем им общим вождем является рассудок”.

Восприятие человеком правильного соотношения и пропорции величин, оказывает на человека приятное впечатление. Что было доказано Немецким психологом Густавом Фехнером в 1876 г.. Он провел ряд экспериментов, показывая мужчинам и женщинам, юношам и девушкам, а также детям нарисованные на бумаге фигуры различных прямоугольников, предлагая выбрать из них только один, но производящий на каждого испытуемого самое приятное впечатление. Все выбрали прямоугольник, показывающий отношение двух его сторон в пропорции «золотого сечения».

Всё вышесказанное о числах Фибоначчи проявляются и в живых формах: например, числа левозакрученных и правозакрученных спиралей, вдоль которых располагаются семена подсолнуха. Аналогичные закономерности выявляются при изучении шишек и лепестков некоторых цветков и растений, а также наблюдаются в животном мире в строении раковин моллюсков.

Можно привести неисчислимое множество примеров закономерностей в нашем мире и во Вселенной, где мы увидим всё те же числа Фибоначчи. Заслуга математика Фибоначчи сына купца Боначчи состоит в том, что он смог систематизировать накопленные вековые знания и преподнести их в лёгкой и удобной форме. Но пройдёт еще добрых семьсот лет, прежде чем люди применят информацию о «золотом коэффициенте» к технике волнового конструирования рыночных взаимоотношений.

**Заключение**

Я считаю, что ознакомление с числами Фибоначчи, может стать прекрасным дополнением к образовательной школьной программе по математике. На, скажем, один урок основных занятий или на несколько занятий элективных курсов. Это поможет, как было сказано в предисловии, повысить интерес детей к изучению математики и объяснит им, что математика – это не просто сложные формулы, а сама фундаментальная основа, заложенная в природе и её законах.

Источники:

Интернет-ссылки:

<http://economic-definition.com/Other_branches_of_mathematics/Chisla_Fibonachchi_Fibonacci_Numbers__eto.html#h3-10>

<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%B8>